

Osztályozóvizsga követelményei matematikából (NAT2020) **(hat évfolyamos képzés, matematika tagozatos csoport)**

Az osztályozóvizsga írásbeli és szóbeli részből áll. Az írásbeli vizsga 60 perces, ezen 4-5 különböző témakörbe tartozó feladatot kell megoldani. Használható segédeszközök: körző, vonalzó, írószer, négyjegyű függvénytáblázat, zsebszámológép. A szóbeli vizsga 15 perces, ezen tanult tételek, illetve definíciók kimondása, valamint alkalmazásuk bemutatása a feladat. A szóbeli vizsgán 15 perces felkészülési idő áll rendelkezésre. Az eredmény meghatározásakor az írásbeli részt 3 súllyal, a szóbeli részt 1 súllyal vesszük figyelembe. Az osztályozóvizsga értékelése:

40% alatt elégtelen

40%-tól elégséges

55%-tól közepes

70%-tól jó

85%-tól jeles

Követelmények évfolyamonként:

7. évfolyam

1. Halmazok, logika, kombinatorika, gráfok

- a halmaz fogalma, jelölése, megadása, példák
- nevezetes számhalmazok
- halmaz elemeinek száma, véges és végtelen halmazok
- részhalmaz, valódi részhalmaz
- halmazműveletek (metszet, unió, különbségképzés)
- a komplementerhalmaz
- állítás, igazságérték
- állítás tagadása és megfordítása
- a logikai műveletek alkalmazása
- sorba rendezési és kiválasztási feladatok
- gráfok alkalmazása feladatokban

2. Számelmélet

- az oszthatóság fogalma, jelölése, példák
- prím, összetett szám, prímtényező felbontás, a számelmélet alaptétele
- oszthatósági szabályok
- oszthatósági feladatok és egyszerűbb bizonyítások
- legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös
- a maradékos osztás
- számolás maradékokkal

3. Számok

- \mathbf{N} , \mathbf{Z} , \mathbf{Q} , műveletek és a műveletek tulajdonságai
- ellentett, reciprok, abszolútérték
- hatványozás (racionális alap, természetes kitevő)
- számok normálalakja
- tizedestörtek
- százalékszámítás
- mértékegységek és átváltásuk
- számrendszerek

4. Algebra

- a betűs kifejezések fajtái, elnevezések

- műveletek polinomokkal
- nevezetes azonosságok
- algebrai törtek

5. Egyenletek, egyenlőtlenségek

- elsőfokú egyenletek
- elsőfokú egyenletre vezető szöveges feladatok
- elsőfokú egyenlőtlenségek

6. Geometria

- térelemek és kölcsönös helyzetük
- félegyenes, szakasz, félsík, szögtartomány
- a szögek mérése, szögfajták, nevezetes szögpárok
- a geometriai szerkesztésekről
- alapszerkesztések
- nevezetes pontthalmazok
- a háromszögek csoportosítása, fajtái
- kapcsolat a háromszög oldalai, illetve szögei között
- a háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei
- a négyszögek csoportosítása és fajtái
- kapcsolat a négyszög belső, illetve külső szögei között
- speciális négyszögek
- a sokszögek csoportosítása és fajtái
- a sokszögek átlói számának, belső, illetve külső szögei összegének meghatározása
- szabályos sokszögek
- a kör és részei

7. Függvények

- a függvény fogalma, jelölése, megadása, példák
- a függvények ábrázolása
- függvénytípusok (x , $|x|$, x^2 , $1/x$)
- a lineáris függvények jellemzése (meredekség, tengelymetszetek)
- az egyenes és a fordított arányosság
- egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása grafikusan

8. Geometriai transzformációk

- a geometriai transzformáció fogalma és jellemzése
- a tengelyes és középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és az eltolás fogalma és tulajdonságai
- szimmetriák
- a vektor fogalma és a vektorműveletek
- a háromszögek további fontos tulajdonságai (középvonal, magasságvonal, súlyvonal)
- a négyszögek további fontos tulajdonságai (középvonal)
- Thalész-tétele
- az egybevágóság fogalma és a háromszögek egybevágósági alapesetei
- szerkesztési és egyszerűbb bizonyítási feladatok

8. évfolyam

1. Kombinatorika, gráfok

- logikai szita, skatulya-elv

- sorba rendezési feladatok (permutáció, ismétléses permutáció)
- kiválasztási feladatok (variáció, kombináció)
- a gráfokkal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, foksorszám)
- a gráfok típusai (egyszerű, összefüggő, teljes, fa)
- gráfokkal kapcsolatos feladatok

2. Számok

- Pitagorasz-tétele
- a négyzetgyök fogalma, számológép használata
- a $\sqrt{2}$ megszerkesztése
- az irracionális és a valós számok

3. Algebra

- polinomok szorzattá alakítása
- az algebrai tört fogalma, értelmezési tartománya
- algebrai törtek egyszerűsítése
- algebrai törtek összeadása, kivonása
- algebrai törtek szorzása, osztása

4. Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek

- elsőfokúra vezető törtes egyenletek
- az elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer fogalma és megoldási módszerei
- elsőfokú egyenletre vagy egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok
- törtes egyenlőtlenségek és megoldási módszereik

5. Sorozatok

- a sorozat fogalma, jelölése, megadása, példák
- a számtani sorozat fogalma, tulajdonsága, n-edik tagja és az első n tag összegének meghatározása
- a mértani sorozat fogalma, tulajdonsága, n-edik tagjának meghatározása
- kamatoskamat-számítás

6. Geometriai transzformációk

- néhány további geometriai transzformáció (azonos leképezés, vetítések, tengelyes merőleges affinitás)
- a középpontos hasonlóság (kicsinyítés, nagyítás) fogalma és tulajdonságai
- számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatok

7. Terület-, felszín-, térfogatszámítás

- a háromszögek kerülete, területe
- a négyszögek kerülete, területe
- a sokszögek kerülete, területe
- a kör kerülete, területe
- a testek csoportosítása, fajtái, elnevezések
- a szabályos testek
- a hasábok és a henger felszíne, térfogata
- a gúla és a kúp felszíne, térfogata
- a gömb felszíne, térfogata

8. Valószínűségszámítás, statisztika

- adatok gyűjtése, rendszerezése (táblázatok) és szemléltetése (diagramok)
- számsokaságok átlaga
- egyszerű valószínűségi kísérletek

- gyakoriság, relatív gyakoriság
- a valószínűség szemléletes fogalma és kiszámítása kombinatorikus úton

9. évfolyam

1. Halmazok, logika

- halmazműveletek több halmazra is
- a halmazműveletek tulajdonságai
- diszjunkt halmazok
- véges halmaz részhalmazainak száma
- logikai műveletek (negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia)

2. Számelmélet

- az oszthatóság tulajdonságai
- prímtényezős felbontás, a számelmélet alaptétele
- az eratoszthenészi szita
- a prímek száma végtelen
- néhány érdekes számelméleti probléma (ikerprímek száma, a prímek elhelyezkedése, ...)
- speciális prímek (Fermat, Mersenne, ...)
- az osztók számának meghatározása a prímtényezős felbontás alapján
- oszthatósági szabályok bizonyítása
- oszthatósági bizonyítások
- maradékos osztás, számolás maradékokkal
- számrendszerek
- diofantikus egyenletek

3. Számok

- a négyzetgyök fogalma és azonosságai
- a $\sqrt{2}$ irracionális
- számolás gyökökkel
- a racionális és az irracionális számok tizedestört alakja
- a valós számok és a számegyenes
- intervallumok
- arányok a derékszögű háromszögben: a hegyesszögek szögfüggvényei
- kikeresés, visszakeresés, a számológép használata, kerekítés
- a nevezetes szögek (30° , 45° , 60°) szögfüggvényei
- a pótszögre vonatkozó összefüggések
- szögfüggvények alkalmazása feladatokban

4. Algebra

- köbös azonosságok
- polinomok szorzattá alakítása
- polinomok osztása
- algebrai törtek összeadása és kivonása
- algebrai törtek szorzása és osztása

5. Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek

- elsőfokúra vezető törtes egyenletek
- abszolútértékes egyenletek
- paraméteres egyenletek
- hiányos másodfokú egyenletek

- elsőfokúra vezető törtes egyenletrendszerek
- elsőfokúra vezető törtes egyenlőtlenségek
- egyenlőtlenség-rendszerek

6. Függvények

- függvények jellemzése (zérushely, monotonitás, szélsőérték, értékkészlet, paritás, periodicitás, korlátosság)
- függvénytranszformációk
- összetett hozzárendelési szabállyal megadott függvények
- a négyzetgyök-, az előjel-, az egészrész- és a törtrészfüggvény
- hatványfüggvények
- racionális törtfüggvények
- függvény inverze

7. Geometria

- térelemek hajlásszöge és távolsága
- további nevezetes ponthalmazok síkban (parabola, ellipszis, hiperbola) és térben
- egyenlőtlenséggel jellemzett ponthalmazok
- ponthalmazok a koordinátasíkon
- a háromszögekre, négyszögekre és körre vonatkozó elemi geometriai tételek bizonyítása
- egybevágósági bizonyítások
- a Thalesz-tétel és alkalmazásai (külső pontból körhöz húzott érintő szerkesztése)
- a Pithagorasz-tétel megfordítása, pithagorasz-i számhármások

8. Geometriai transzformációk

- a geometriai transzformációk rendszerezése és jellemzése
- geometriai transzformációk szorzata
- szerkesztési és bizonyítási feladatok
- a vektorműveletek és tulajdonságaik
- vektorok alkalmazása feladatokban

9. Statisztika

- számsokaságok rendszerezése, osztályba sorolása, ábrázolása
- számsokaságok jellemzése (terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás)

10. évfolyam

1. Kombinatorika, gráfok

- a binomiális együttható fogalma és meghatározása
- a binomiális együtthatók tulajdonságai
- a Pascal-háromszög
- kombinatorikus geometriai feladatok
- gráfok alkalmazása feladatok megoldásában

2. Számok

- az n -edik gyök fogalma és azonosságai
- számolás gyökökkel
- a hatványozás fogalmának kiterjesztése: pozitív szám racionális kitevős hatványa
- számolás racionális kitevős hatványokkal
- az n -edik gyök és a törtekitevős hatvány kapcsolata

3. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek

- hiányos és teljes másodfokú egyenletek és megoldási módszerek
- a megoldóképlet
- a diszkrimináns és a másodfokú egyenlet megoldhatósága
- a gyökök és együtthatók közötti összefüggések
- a gyöktényező alak
- másodfokú egyenletre vezető szöveges feladatok
- másodfokúra visszavezethető magasabbfokú egyenletek
- négyzetgyökös egyenletek
- másodfokú egyenletrendszerek
- másodfokú egyenlőtlenségek és megoldási módszerek
- nevezetes egyenlőtlenségek, a számtani és mértani közép kapcsolata
- szélsőértékfeladatok
- paraméteres másodfokú egyenletek

4. Kerületi és középponti szögek

- középponti szögek és a rájuk vonatkozó tétel
- a kör részeinek területe
- az ívmérték
- a kerületi szög, a kerületi és középponti szögek tétele, következményei
- látószög, látókör
- húrnégyszögek
- érintőnéyszögek

5. Hasonlóság

- a párhuzamos szelők tétele, speciális esetének megfordítása és következményei
- a középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai
- a hasonlóság fogalma, a háromszögek hasonlósági alapesetei
- a hasonlóság alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban
- hasonló síkidomok kerülete, területe
- hasonló testek felszíne, térfogata
- a szögfelezőtétel
- a háromszög súlyvonalai és súlypontja
- magasságtétel, befogótétel
- a számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség geometriai bizonyítása
- a mértani közép megszerkesztése
- a szabályos ötszög és az aranymetszés
- érintő- és szelőszakaszok tétele
- további példák nem távolságtartó geometriai transzformációkra (tengelyes merőleges affinitás, inverzió)
- néhány további elemi geometriai tétel (Ptolemaiosz-, Ceva-, Menelaosz-, Feuerbach-kör, Euler-egyenes)

6. Vektorok

- a vektorműveletek tulajdonságai
- vektor felbontása
- bázisvektorok, vektor koordinátái
- vektorműveletek és koordináták, vektor abszolútértéke
- vektor 90 fokos elforgatottjának koordinátái
- helyvektor koordinátái
- számolás vektorkoordinátákkal

7. Valószínűségszámítás

- egyszerű valószínűségi kísérletek
- biztos esemény, lehetetlen esemény, egymást kizáró események, komplementer esemény
- a valószínűség klasszikus modellje
- a valószínűség kiszámítása kombinatorikus úton

11. évfolyam

1. Hatvány, gyök, logaritmus

- a hatványozás fogalmának kiterjesztése (pozitív alap, valós kitevő)
- az exponenciális függvény
- exponenciális egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek
- gyökös egyenletek
- a logaritmus fogalma és azonosságai
- a logaritmusfüggvény és kapcsolata az exponenciális függvénnyel
- áttérés új alapra
- logaritmikus egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek

3. Trigonometria

- a szögfüggvények általánosítása
- trigonometrikus függvények
- az ellentett, pót- és kiegészítő szögekre vonatkozó trigonometriai összefüggések
- a skaláris szorzás fogalma, tulajdonságai
- merőleges vektorok skaláris szorzata
- a skaláris szorzat kiszámítása a koordinátákból
- a vektoriális szorzat
- a háromszög területe
- a cosinustétel
- a sinustétel
- kapcsolat a háromszög oldala, szemközti szöge és körülírt körének sugara között
- addíciós tételek
- trigonometrikus azonosságok, egyenletek és egyenlőtlenségek

4. Koordináta-geometria

- szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjainak koordinátái
- osztópont koordinátái
- háromszög súlypontjának koordinátái
- az egyenes megadási módjai
- az egyenes egyenletei (normálvektoros, irányvektoros, iránytényezős)
- az egyenes egyenlete és az elsőfokú kétismeretlenes egyenlet
- párhuzamos és merőleges egyenesek egyenletének kapcsolata
- két egyenes kölcsönös helyzete és az elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer
- elemi geometriai feladatok megoldása koordináta-geometriai módszerrel
- a kör egyenlete
- a kör egyenlete és a másodfokú kétismeretlenes egyenlet
- a kör és az egyenes
- a kör érintőjével kapcsolatos feladatok
- a parabola egyenlete
- a parabola egyenlete és a másodfokú kétismeretlenes egyenlet
- a parabola és az egyenes
- a parabola érintőjével kapcsolatos feladatok
- egyenlőtlenséggel jellemzett ponthalmazok

5. Sorozatok

- a sorozat fogalma, jelölése, megadása, példák
- sorozatok jellemzése (korlátosság, monotonitás, periodicitás)
- a számtani sorozat fogalma, tulajdonsága, n-edik tagja és az első n tag összegének meghatározása
- a mértani sorozat fogalma, tulajdonsága, n-edik tagja és az első n tag összegének meghatározása
- összetett feladatok számtani és mértani sorozatokra
- kamatoskamat-számítás
- a teljes indukció
- teljes indukciós bizonyítások
- a sorozat határértéke
- példák konvergens és divergens sorozatokra
- a konvergens sorozatok tulajdonságai
- határérték és műveletek
- néhány ismert sorozat határértéke
- végtelen sorok
- végtelen mértani sorok
- néhány ismert végtelen sor

6. Nevezetes közepek és egyenlőtlenségek

- a számtani, mértani, négyzetes, harmonikus közép és kapcsolatuk
- nevezetes egyenlőtlenségek (Bernoulli, Jensen, Cauchy)
- szélsőértékfeladatok megoldása elemi módszerekkel

7. Differenciálszámítás

- függvény leszűkítése, kiterjesztése
- műveletek függvényekkel
- függvények folytonossága
- a folytonos függvények tulajdonságai
- példák folytonos és nem folytonos függvényekre
- függvények határértéke (véges helyen és a $\pm\infty$ -ben)
- határérték és műveletek
- a határérték kiszámítása
- görbe vonal érintője
- a pontbeli derivált fogalma, geometriai és fizikai jelentése
- függvény deriváltja
- a deriválhatóság szükséges és elégséges feltétele
- folytonosság és differenciálhatóság kapcsolata
- néhány elemi függvény deriváltja
- deriválási szabályok
- kapcsolat a függvény növekedési viszonyai és a deriváltfüggvény előjele között
- konvexitás, inflexiós pont
- teljes függvényvizsgálat
- szélsőérték-feladatok megoldása a differenciálszámítás segítségével

12. évfolyam

1. Halmazok, logika, kombinatorika, gráfok

- a számfogalom bővítése, számhalmazok
- halmazok számossága
- a megszámlálható és a kontinuum számosság, a kontinuum-hipotézis
- ismétléses kombináció

- a binomiális tétel és a Pascal-háromszög
- a gráfokkal kapcsolatos további fogalmak (egyszerű, összefüggő, teljes, komplementer, út, kör, fa, erdő)
- a gráfokkal kapcsolatos állítások (fokszámösszeg, n pontú teljes gráf éleinek száma, n pontú fa éleinek száma)
- gráfok alkalmazása feladatokban
- a matematika felépítésének kérdései (axiómák, definíciók, tételek, sejtések, bizonyítás)

2. Valószínűségszámítás, statisztika

- véletlen tömegjelenségek
- elemi események, teljes eseményrendszer
- eseményalgebra
- a valószínűség axiomatikus megalapozása
- a valószínűség meghatározása kombinatorikus úton
- a valószínűség meghatározása geometriai úton
- a valószínűségi változó fogalma, eloszlása, várható értéke és szórása
- a visszatevéses és a visszatevés nélküli mintavétel
- minőségvizsgálat

3. Terület-, felszín-, térfogatszámítás

- a terület fogalma, a téglalap területe
- a háromszög, a négyszögek és a sokszögek területe
- a kör kerülete és területe
- a kör részeinek területe
- a testek származtatása, csoportosítása és fajtái, elnevezések
- a térfogat fogalma, a téglatest térfogata
- a hengerszerű testek felszíne és térfogata
- a kúpszerű testek felszíne és térfogata
- a csonka gúla és csonka kúp származtatása, felszíne és térfogata
- a gömb felszíne
- egymásba írt testekkel kapcsolatos feladatok
- a térgeometria elemei: a szabályos testek, az Euler-féle poliédertétel

4. Integrálszámítás

- a parabolikus háromszög területe
- folytonos függvények határozott integrálja
- a határozott integrál létezése és szemléletes jelentése
- integrálható függvények
- példák integrálható és nem integrálható függvényekre
- a Riemann-integrál
- a határozott integrál tulajdonságai
- az integrálfüggvény fogalma és deriváltja
- primitív függvény, határozatlan integrál
- az elemi függvények határozatlan integrálja
- integrálási szabályok
- a Newton-Leibniz-tétel
- területszámítási feladatok
- forgástestek térfogata
- a gömb és a gömb részeinek térfogata
- az integrálszámítás fizikai alkalmazásai
- improprius integrálok és hatványsorok

5. Rendszerező összefoglalás, ismétlés